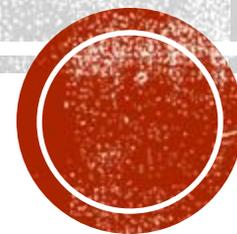




# ゲーム理論でじゃんけん を分析する



内田ゼミ

藤原隆公 村中友理 水野幸太

- 研究背景
  - 混合戦略ナッシュ均衡とは
  - じゃんけんと混合戦略ナッシュ均衡
  - 方法と予想
  - 勝敗が次に出す手に与える影響
  - 連続する手が次に出す手に与える影響
  - まとめ
  - 次回に向けて
- 

# 目次





## 研究背景

普段使っているじゃんけんだが、なにか一定の法則があるのではないか。

相手がそれぞれの手を出す確率は $1/3$ だが、明確には $1/3$ ではないのではないか。

じゃんけんには確率にしばられない面白さがあるのではないか！





## 研究背景

そう思った私たちは、プログラミングを学習しているこの内田ゼミでプログラミングを利用してデータを集め、じゃんけんの面白さについて研究しました。



# 混合戦略ナッシュ均衡とは

- 全てのプレイヤーが最適反応戦略を選びあう戦略の組のこと。
- どのプレイヤーも自分以外のプレイヤーが、そのナッシュ均衡の選択をしているもとでは、自分だけが他のどの戦略を選んでも利得を高くすることができない。



# 混合戦略ナッシュ均衡とは

- あるプレイヤーは自分以外のプレイヤーがそのナッシュ均衡の戦略を選択しているもとで、自分だけがある他の戦略に変えれば利得が高くなるものはナッシュ均衡とは呼ばない。
- じゃんけんでは勝ち+1、負けは-1、あいこは0とするときの利得表

1\2	グー	チョキ	パー
グー	(0.0)	(1.-1)	(-1,1)
チョキ	(-1.1)	(0.0)	(1.-1)
パー	(1.-1)	(-1.1)	(0.0)





じゃんけんと  
混合戦略  
ナッシュ均衡

- じゃんけんでは「相手がグーなら自分はパーを出す。」「自分がパーなら相手はチョキが良い。」となってしまうため、お互いが利得を最大にしている戦略の組はないことが分かる。



じゃんけんと  
混合戦略  
ナッシュ均衡

- つまりじゃんけんだと各プレイヤーが「グー・チョキ・パーを $\frac{1}{3}$ ずつで選ぶ」というのが混合戦略のナッシュ均衡になる。

# どのような 方法で確か めるのか

- ランダムに手を出すコンピュータと1人100回のじゃんけんをしてもらったデータを何個か集める。
- 2人の人に100回じゃんけんをしてもらったデータを集める。
- この時のコンピュータとじゃんけんをしたときの結果と人対人でやった時のデータの違いや自分の出した手の勝敗と、次出す手は何の手が出されやすいかについて調べる。





# 予想

- 連続した手を出したときの次に同じ手を出す確率は3分の1よりも小さくなるのではないか。
- 勝敗によって出す手の確率が変わるのではないか。



# 回帰分析

- 確率に従っているかどうかは回帰分析を使って確かめる。
- この観測度数と期待度数が一致するかどうかを（観測度数を期待度数に適合するかどうか）を優位水準5%で検定する

帰無仮説：観測度数と期待度数は一致する

対立仮説：観測度数と期待度数は一致しない



# 回帰分析

- $0.05(5\%) < p$ 値  
⇒ 帰無仮説を棄却しない
- $0.05(5\%) > p$ 値  
⇒ 帰無仮説が棄却 = 対立仮説を採用

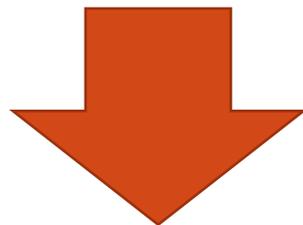


# 分布の適合度検定を行う (人対コンピュータ)

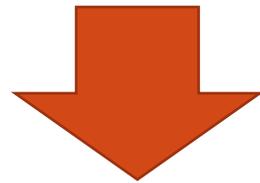
- 人対コンピュータで100回じゃんけんしてもらったデータを26人集めました。

	グー	パー	チョキ
実際集めた数値	1690回	1811回	1699回
理論確率	1/3	1/3	1/3
確率通り	1733.3回	1733.3回	1733.3回

- この時すべての手が等しい確率で出されていると言えるのか



- 今回の観測度数が偶然得られる確率は0.0726であり0.05(5%)よりも大きいことから、帰無仮説を棄却しない。



## 結果

コンピュータと対戦した場合には出す手の確率が3分の1であると言える確率が高い。

(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)

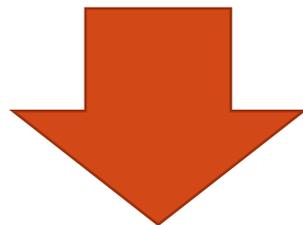


# 分布の適合度検定を行う(人対人)

- 人対コンピュータで100回じゃんけんしてもらったデータを19組 (38人) 集めました。

	グー	パー	チョキ
実際集めた数値	1223回	1239回	1338回
理論確率	1/3	1/3	1/3
確率通り	1266.7回	1266.7回	1266.7回

- この時すべての手が等しい確率で出されていると言えるのか



- 今回の観測度数が偶然得られる確率は0.0467であり、0.05より小さいことから、帰無仮説を棄却する。



## 結果

人と人が対戦した場合には出す手の確率が3分の1であるという確率が低い。

(混合戦略ナッシュ均衡から外れている)



なぜこのよ  
うな結果に  
なったのか。

■ 考察

- コンピュータが相手ということからある程度ランダムに3分の1で手を出してくると予想したためコンピュータの混合戦略ナッシュ均衡は3分の1になったのではないか。
- 人と対戦する時は相手の裏をかこうと考えたり、相手が3分の1の確率で出してくるとは考えなかったりすることでナッシュ均衡からずれるのではないか。



# 勝敗によって出す手の確率が変 わるのか

---

①勝った後にどの手を出すのか

---

②負けた後にどの手を出すのか

---

③あいこの後にどの手を出すのか

---

この3つを調べ、確率通りに手が出ているのか回帰分析を使い確かめる。



# 人対コンピュータの勝敗まとめ

---

勝った回数の  
合計859回

負けた回数の  
合計825回

あいこの回数  
の合計890回



# 勝った後に出した手 (コンピュータ)

859回中

グーを出した  
回数264回

チョキを出し  
た回数298回

パーを出した  
回数293回



# 勝った後に出した手（コンピュータ）

```
from scipy import stats
```

```
observed = [264, 298, 293]
```

```
expected = [286.3, 286.3, 286.3]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=2.371882640586797, pvalue=0.30545850983121003)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
（混合戦略ナッシュ均衡から外れていない）



# 負けた後の出した手の回数 (コンピュータ)

825回中

グーを出した  
回数265回

チョキを出し  
た回数295回

パーを出した  
回数246回



# 負けた後の手の回数

```
from scipy import stats
```

```
observed = [265, 295, 246]
```

```
expected = [275, 275, 275]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=4.876363636363637, pvalue=0.08731946989224318)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)



# あいこの後の手の回数

890回中

グーを出した  
回数308回

チョキを出し  
た回数295回

パーを出した  
回数287回



# あいこの後の手の回数

```
from scipy import stats

observed = [308, 295, 287]
expected = [296.7, 296.7, 296.7]

result = stats.chisquare(observed, expected)
print(result)

Power_divergenceResult(statistic=0.7572295247724975, pvalue=0.6848093761871583)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)



# 対コンピュータ 勝敗の影響

- 勝った後に選ぶ手 ⇒ ナッシュ均衡から外れていない
- 負けた後に選ぶ手 ⇒ ナッシュ均衡から外れていない
- あいこの後に選ぶ手⇒ ナッシュ均衡から外れていない

対コンピュータにおいては、  
勝敗が次の手に影響を及ぼす可能性は低い



# 人対人の勝敗のまとめ

---

勝った後に出  
す手1296回

負けた後に出  
す手1296回

あいこの後  
に出す手1170回



# 勝った後に出した手

1296回中

ゲーを出した  
回数399回

チョキを出し  
た回数462回

パーを出した  
回数435回



# 勝った後に出した手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [399, 462, 435]
```

```
expected = [432, 432, 432]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=4.625, pvalue=0.0990134083638263)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合ナッシュ均衡から外れていない)



# 負けた後に出した手

1296回中

グーを出した  
回数413回

チョキを出し  
た回数474回

パーを出した  
回数409回



# 負けた後に出した手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [413, 474, 409]
```

```
expected = [432, 432, 432]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=6.143518518518518, pvalue=0.0463395598053929)
```

0.05よりも小さい為、帰無仮説を棄却する。  
(混合ナッシュ均衡から外れている)



# あいこの後に出した手

1170回中

グーを出した  
回数394回

チョキを出し  
た回数391回

パーを出した  
回数384回



# あいこの後に出した手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [394, 391, 384]
```

```
expected = [390, 390, 390]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=0.13589743589743591, pvalue=0.9343083855992332)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)



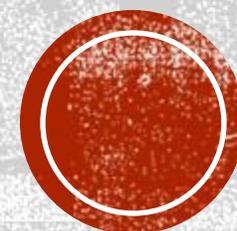
# 勝敗が出す手に与える影響

対人、対コンピュータを比べてみると  
対コンピュータでは、勝敗に関わらず、ナッシュ  
均衡から外れていなかった。  
また、対人では「負けたあとに出す手はナッシュ  
均衡から外れていた」

人対人では、負けた後に「勝ちたい」という心理が  
より強く影響し、均衡から外れた行動に  
つながりやすいのではないか。



連続する手は、次に出す手  
に影響があるのか



# 連続する手は 次に出す手に 影響があるの か

- ①二連続ゲーをだした後にどの手を出すのか
- ②二連続チョコキをだした後にどの手を出すのか
- ③二連続パーをだした後にどの手を出すのか
  
- この三つを調べ、均衡通りに手がでているのか  
回帰分析を使い確かめる。

# 対コンピュータとの結果

---

二回連続でゲー  
を出した回数は  
108回

二回連続でチョ  
キを出した回数  
は131回

二回連続でパー  
を出した回数は  
161回



# ゲーを二回連続 出した後の手

108回中

ゲーを出した  
回数26回

チョキを出し  
た回数42回

パーを出した  
回数38回



# ゲーを二回連続で出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [26, 42, 38]
```

```
expected = [36, 36, 36]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=3.888888888888889, pvalue=0.14306668275440823)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)



# チョキを二回連続 出した後の手

131回中

グーを出した  
回数45回

チョキを出し  
た回数31回

パーを出した  
回数55回



# チヨキを二回連続出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [45, 31, 55]
```

```
expected = [44.3, 44.3, 44.3]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=6.588487584650114, pvalue=0.03709608678871311)
```

0.05よりも小さい為、帰無仮説を棄却する。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れている)



# パーを二回連続 出した後の手

161回中

ゲーを出した  
回数45回

チョキを出し  
た回数68回

パーを出した  
回数48回



# パーを二回連続出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [45, 68, 48]
```

```
expected = [54.3, 54.3, 54.3]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=5.780294659300184, pvalue=0.05556802519066532)
```

0.05よりも大きい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れていない)



# 対コンピュータ 連続する手の影響

- 二連続グーの後に選ぶ手 ⇒ ナッシュ均衡から外れていない
- 二連続チョキの後に選ぶ手 ⇒ ナッシュ均衡から外れている
- 二連続パーの後に選ぶ手 ⇒ ナッシュ均衡から外れていない

対コンピュータにおいて、連続した手は  
次の手に影響している可能性がある。



# 人対人の結果

---

二回連続でゲー  
を出した回数は  
218回

二回連続でチョ  
キを出した回数  
は256回

二回連続でパー  
を出した回数は  
181回



# ゲーを二回連続 出した後の手

218回中

ゲーを出した  
回数44回

チョキを出し  
た回数81回

パーを出した  
回数93回



# ゲーを二回連続出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [44, 81, 93]
```

```
expected = [72.6, 72.6, 72.6]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)  
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=17.876712328767123, pvalue=0.0001312566272566143)
```

0.05よりも小さい為、帰無仮説を棄却する。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れる)



# チョキを二回連続 出した後の手

256回中

グーを出した  
回数85回

チョキを出し  
た回数44回

パーを出した  
後の回数127  
回



# チヨキを二回連続出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [85, 44, 127]
```

```
expected = [85.3, 85.3, 85.3]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=40.383001172332946, pvalue=1.701933998789895e-09)
```

0.05よりも小さい為、帰無仮説を棄却する。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れる)



# パーを二回連続 出した後の手

187回中

ゲーを出した  
回数58回

チョキを出し  
た回数90回

パーを出した  
後の回数33回



# パーを二回連続で出した後の手

```
from scipy import stats
```

```
observed = [58, 90, 33]
```

```
expected = [60.3, 60.3, 60.3]
```

```
result = stats.chisquare(observed, expected)
```

```
print(result)
```

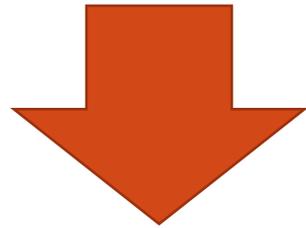
```
Power_divergenceResult(statistic=27.075787728026533, pvalue=1.3199801438549446e-06)
```

0.05よりも小さい為、帰無仮説を棄却しない。  
(混合戦略ナッシュ均衡から外れる)



# 同じ手を二回連続した後に それぞれの手の出す確率

- 対人でも対コンピュータでも3回連続で同じ手になることは少なかった。

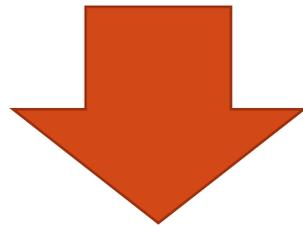


誰が相手であっても、同じ手を3回連続で出すことに抵抗があるのではないか。



# 同じ手を二回連続した後に それぞれの手の出す確率

- 対人の場合、2回連続で同じ手を出した後は、混合戦略ナッシュ均衡通りに手を出していなかった。

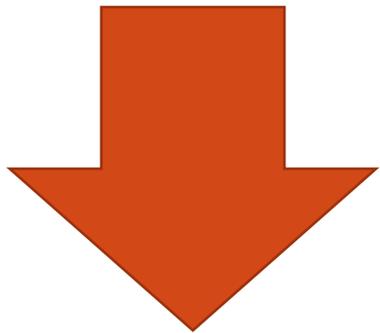


「相手に手を読まれてしまうのではないか。」  
という心理が影響したのではないか。



# まとめ

- 「対コンピュータ」で出された手は確率通りなのに対して、「対人」で出された手は確率通りではなかった。では、何が違いを生んでいるのだろうか。



推論：①勝敗が次出す手に影響を及ぼしているのではないか。  
②連続して同じ手を出すことで、次の手が選びにくくなるのではないか。

回帰分析の結果、対人では

「負けた後」、「連続で同じ手を出したあと」は確率通りに手を選んでいなかった。



# 次回に向けて

- 「負けた後」に限って、さらにデータを分析してみる。
- 知らない者同士で、人対人のじゃんけんを行ってもらおう。
- 他にも出す手に影響を与えるものを探してみる。



ご清聴ありがとうございました。  
ございました。

